La croissance des villes vue par la physique statistique

Marc Barthélémy (marc.barthelemy@ipht.fr)
Directeur de recherche à l'Institut de physique théorique, IPhT, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
Membre associé au Centre d'Analyse et de Mathématiques Sociales (CAMS-EHESS)

Le développement spectaculaire de l'urbanisation dans le monde s'accompagne d'un grand nombre de problèmes environnementaux et sociaux. Il est devenu essentiel de modéliser les villes, car les décideurs ont besoin de théories solides pour atténuer ces problèmes. Heureusement, la disponibilité croissante de données rend possible la construction d'une « science des villes » quantitative et la modélisation des phénomènes.

La physique statistique joue un rôle majeur dans cet effort, en apportant des outils et des concepts capables de rapprocher la théorie et les résultats empiriques. Nous illustrons ici cette approche par deux exemples : la transition vers une organisation polycentrique de l'activité d'une ville, et le CO_2 émis par les transports.

Systèmes urbains et physique

L'omniprésence des villes à différentes époques et à travers le monde suggère que leur existence a des raisons universelles. En tant que concentrations dans l'espace, elles réduisent la distance entre les individus, simplifient l'échange d'idées, de biens et de services, et enfin permettent la spécialisation et le partage des compétences et des ressources énergétiques. Cependant, les villes ont aussi des inconvénients : la localisation spatiale entraine une augmentation des couts de logement, la congestion du trafic, l'étalement urbain, la pollution et autres problèmes environnementaux. Atténuer ces problèmes, accompagner la croissance des villes implique une compréhension fondamentale de ces systèmes et de leur évolution. Ceci est d'autant plus vrai que les villes des pays émergents connaissent une croissance très rapide : on estime que d'ici à 2050, la population des zones urbaines augmentera de 2,5 milliards de personnes, dont 90% en Afrique et en Asie.

La plupart des études sur les villes proviennent des sciences sociales, et ce sont essentiellement les géographes et les économistes qui ont abordé les villes sous un angle quantitatif. Cependant, malgré un grand nombre d'études, il est juste de dire que nous n'avons pas encore de modèles théoriques simples et robustes pour les villes, avec des prévisions en accord avec les données empiriques. Heureusement, cette situation est sur le point de changer, grâce à la disponibilité croissante de données sur les systèmes urbains. Différents dispositifs à différentes échelles produisent une très grande quantité de données potentiellement utiles pour construire une « nouvelle science des villes » [1-3].

La physique statistique joue naturellement un rôle important dans cet effort, en apportant des outils et concepts permettant de faire le lien entre le microscopique et les comportements émergents, entre les données et des modèles théoriques simplifiés. Le lien entre les villes et la physique remonte en fait à longtemps (voir la revue de Barthélémy [3]) avec, par exemple, la loi de Zipf qui stipule que si on classe les villes par population décroissante, alors la ville au rang r a une population $P \propto 1/r$, ou bien la loi « de gravité » donnant le nombre de déplacements N entre deux villes de populations P_1 et P_2 et séparées d'une distance d sous la forme $N \propto P_1 P_2 / d^\sigma$, où σ est un exposant positif. D'autres exemples historiques de telles connexions comprennent des modèles basés sur les fractales, ou d'agrégation, et ont été invoqués pour décrire la croissance de telles structures. Ainsi, un modèle de percolation appliqué à la croissance des villes a prédit des résultats en accord avec leur dynamique mesurée [4]. Ces modèles, très simplifiés, suggéraient déjà la pertinence possible d'approches de physique statistique simples pour des systèmes aussi complexes que les villes. Plus récemment, des liens ont été suggérés entre la croissance des villes et l'équation de diffusion avec bruit, elle-même connectée à l'équation de Kardar-Parisi-Zhang, un modèle central en physique statistique qui décrit la croissance de surfaces ou la dynamique de polymères en milieu aléatoire [5]. Enfin, un autre exemple important est celui de la modélisation de la dynamique de la ségrégation qui a débuté

Article disponible sur le site https://www.refletsdelaphysique.fr ou https://doi.org/10.1051/refdp/202067016

© Tommie Hansen. (Wikimedia Commons)

Un exemple de ville polycentrique : vue panoramique de Bilbao dans le Pays basque en Espagne (voir la figure 1b).

dans les années 1970 avec le modèle de Schelling, un modèle de type Ising, qui a naturellement séduit les physiciens et qui possède une phénoménologie très riche.

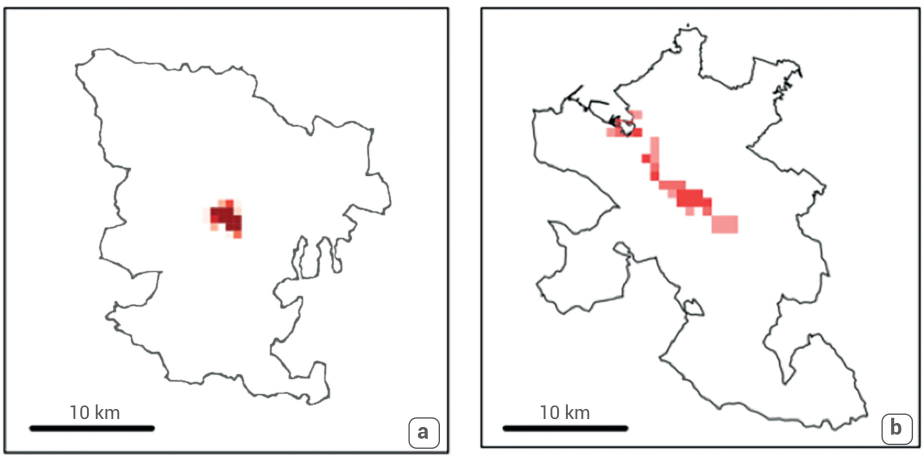
Dans ce bref aperçu, nous allons illustrer les recherches de ce type par les exemples de la structure spatiale des villes et de l'émission de CO_2.

Polycentrisme et congestion

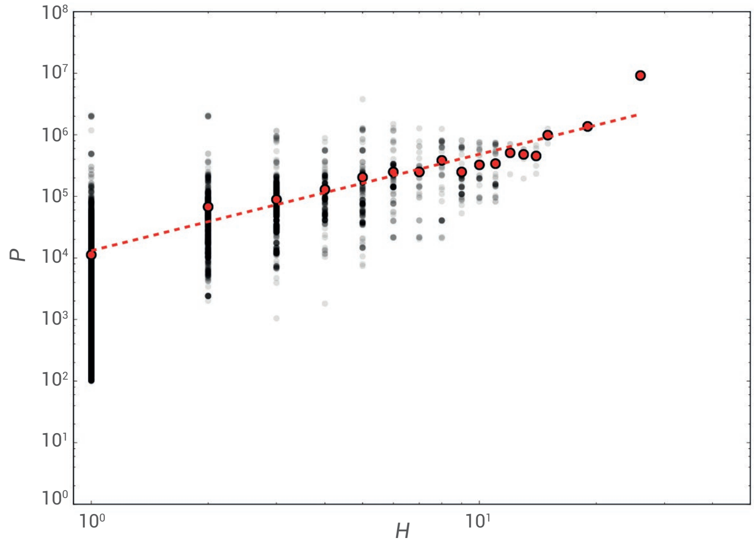
À l'aide de mesures utilisant les nouvelles sources de données telles que la téléphonie mobile ou les GPS, ou bien des sources plus classiques telles que le recensement, nous observons en général qu'il n'existe essentiellement que deux types d'organisation spatiale de l'activité dans les villes. En premier lieu, des villes généralement petites ont un centre d'activité unique (fig. 1a) et correspondent à l'image classique de la ville monocentrique organisée autour d'un quartier d'affaires central. Deuxièmement, pour les grandes villes, nous observons un schéma plus complexe (fig. 1b), avec plusieurs centres d'activité qui peuvent être plus ou moins délocalisés selon la ville. La distribution spatiale de ces centres permet donc de distinguer différentes catégories de villes, de type monocentrique avec une concentration de l'activité, ou bien de type polycentrique pour lequel on observe une répartition en plusieurs centres d'activité. Ces différents résultats pointent vers la possibilité d'une nouvelle classification quantitative des villes, en utilisant des données spatio-temporelles à haute résolution.

Afin d'aller plus loin dans l'analyse quantitative de l'organisation spatiale des activités dans les villes, nous déterminons le nombre H de centres d'activité (pour plus de détails sur cette méthode, voir Louail *et al.* [7]) et

>>>



1. Densité d'utilisateurs de téléphones mobiles pour Vitoria, 250 000 habitants (a), et Bilbao, 950 000 habitants (b). Plus la couleur est foncée et plus la densité est forte. (Figure b issue de Louail *et al.* [6]).



2. Population *P* en fonction du nombre *H* de centres d'activité pour environ 9000 villes des États-Unis ayant une population supérieure à 100 habitants. Les points rouges correspondent à la moyenne pour chaque valeur (entière) de *H*, et la droite en pointillés représente l'ajustement avec une pente δ = 1,56 ± 0,15 (en coordonnées logarithmiques log-log) et correspondant donc à une valeur $\beta \approx 0{,}64$ dans l'équation (1). (Figure de Louf et Barthélémy [8])

>>>

comment il varie avec la population *P* de la ville. Nous observons sur ces résultats l'existence d'un comportement robuste (confirmé par des études sur les données d'emploi pour 9000 villes américaines [8]), qui est approché par la forme continue :

$$H = [P/P^\star]^\beta \qquad (1)$$

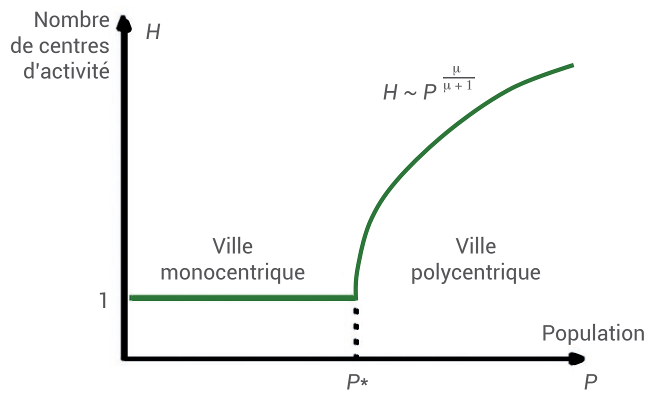
pour $P > P^\star$, où l'exposant β est généralement autour de 0,5 (fig. 2).

Ce résultat montre (i) que *H* croît avec la population *P*, et (ii) que cette croissance est lente et sous linéaire. Ce résultat non trivial va nous servir de guide pour la construction de modèles.

La question théorique qui se pose alors est simple : comment expliquer ce comportement observé pour la variation lente du nombre de centres d'activité quand la ville croît ? Et peut-on prédire ce comportement ? Afin de comprendre la structure spatiale des villes et le nombre de centres d'activité, nous devons essentiellement modéliser la manière dont un agent choisit sa résidence et son lieu de travail.

Une approche théorique importante pour comprendre ce problème a été proposée par les économistes japonais Fujita et Ogawa en 1982 [9]. Dans ce modèle, les agents optimisent leur utilité et les entreprises leur profit. Ainsi, un agent va choisir son lieu de résidence et son lieu de travail afin que son salaire diminué de son loyer et des couts de transport soit maximum. Dans ce modèle, Fujita et Ogawa choisissent d'ignorer les effets de congestion en prenant des couts de transport proportionnels à la distance entre les lieux de résidence et de travail. Avec ce modèle – très complexe, car tout est endogène ici – Fujita et Ogawa ont pu montrer que l'organisation monocentrique avec un centre d'activité unique est instable, en particulier lorsque les couts de transport deviennent trop élevés. Ce formalisme ne permet cependant pas de prédire le nombre de centres d'activité lorsque la population augmente. Même si ce modèle est satisfaisant d'un point de vue intellectuel, tant que ses prédictions ne sont pas en accord avec des mesures empiriques, nous ne pouvons que placer un faible niveau de confiance dans sa capacité à décrire ce qui se passe réellement dans les villes.

Afin d'aller plus loin, nous exposons ici brièvement une nouvelle façon de modéliser les villes, en intégrant des ingrédients de l'économie urbaine et des outils de la physique statistique [8, 10]. Un premier point important ici est que, contrairement à Fujita et Ogawa, nous allons inclure la congestion du trafic automobile. L'effet de la congestion sur le temps passé pour aller d'un point à un autre est central en économie des transports et décrit de manière effective les interactions entre individus. En l'absence de congestion, le temps nécessaire pour aller en voiture d'un point à un autre est proportionnel à la distance entre ces points et fait intervenir la vitesse moyenne sur le système routier. En revanche, lorsque le système routier a une capacité finie (en nombre de véhicules par heure, par exemple), le temps mis pour parcourir une même distance va dépendre du trafic et traduit l'effet de la congestion. Une seconde approximation fondamentale consiste à considérer que le revenu d'un individu, quantité complexe résultant d'un grand nombre d'interactions, est trop compliqué à décrire précisément et qu'il faut le remplacer par une variable aléatoire gelée, approximation typique de la physique (par exemple dans le travail pionnier sur les



3. Prédiction du modèle de villes incluant la congestion : nombre de centres d'activité *H* en fonction de la population *P*. Pour une population inférieure au seuil ($P < P^\star$), le système est monocentrique (H = 1). Au-dessus de P*, la congestion (caractérisée par le paramètre μ) impose la dispersion de l'activité sur plusieurs centres, dont le nombre croît de manière sous linéaire avec la population.

niveaux d'énergie des systèmes complexes de Wigner [11]). En mettant tous ces ingrédients ensemble, l'étude mathématique (et numérique) permet de prédire que dans le cadre de ce modèle la ville monocentrique est stable jusqu'à un seuil de population $P^\star$, au-dessus duquel un autre centre d'activité devient plus intéressant pour les individus (fig. 3). Nous sommes en présence d'une transition, phénomène central en physique statistique.

Le découpage spatial de l'activité dans les villes est donc ici contrôlé par la congestion : lorsque la ville est suffisamment petite, tous les individus choisissent d'aller au centre le plus attractif (du point de vue du salaire), mais cela augmente le cout de transport (dû à l'effet de congestion). Un autre centre, moins attractif mais avec un trafic plus faible, devient alors à partir d'un moment le lieu de travail le plus intéressant. Nous pouvons estimer ce seuil et montrer analytiquement que l'augmentation de la population conduit à une augmentation sous linéaire du nombre de centres d'activités, en accord avec les observations empiriques décrites ci-dessus (équation (1)). La congestion du trafic automobile n'est certainement pas le seul facteur de formation des différents centres d'activités et de la structure polycentrique des grandes villes, mais comme le montre l'accord avec les résultats empiriques, elle joue un rôle majeur.

Trafic routier et émission de CO_2

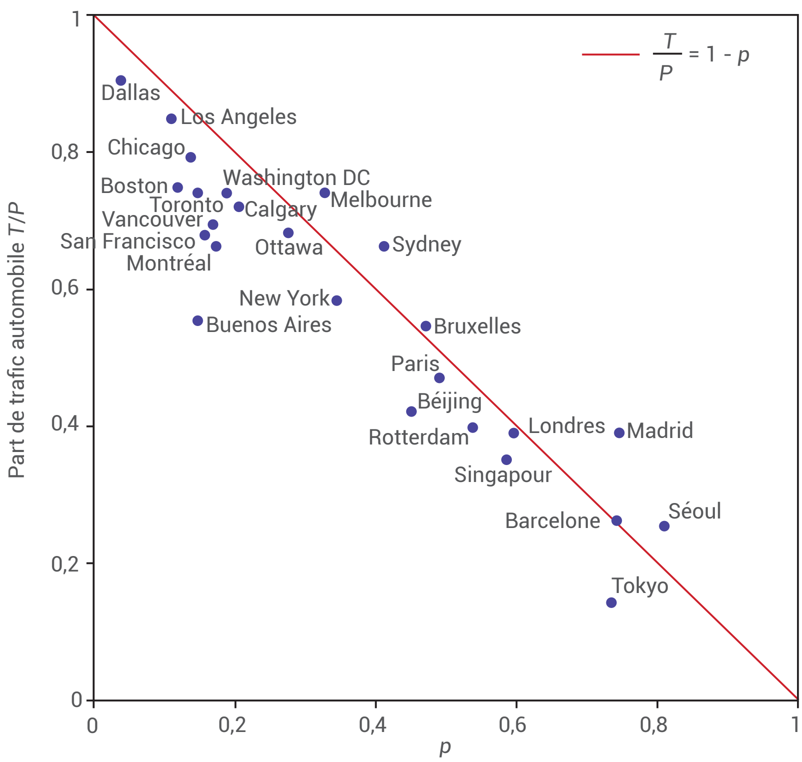
Ce type d'approche permet aussi d'intégrer d'autres modes de transport, tel que le métro par exemple, et d'estimer le nombre d'individus T qui prennent leur voiture, ainsi que la quantité de CO_2 émise par ce trafic. Dans ce modèle simplifié [12], supposons que la densité des stations dans la ville est telle que chaque individu a une probabilité p d'être à une distance inférieure à 1 km d'une station de métro. Avec une probabilité $1 - p$, l'individu est trop loin d'une station et va donc devoir prendre sa voiture. En revanche, avec une probabilité p un individu peut alors choisir entre l'automobile et le métro et va se tourner vers le mode dont le cout est le plus faible. On peut alors montrer qu'il existe une distance critique $d(T)$ qui dépend du trafic routier T et au-delà de laquelle la voiture est toujours plus intéressante que le métro. Pour une grande ville, on peut montrer que la distance $d(T)$ est supérieure à la taille typique de la ville et on trouve alors le résultat très simple :

$T / P = 1 - p$. Cette relation, qui semble très intuitive, n'a pourtant jamais été mise en évidence auparavant et peut être testée empiriquement (fig. 4) avec les données disponibles pour vingt-cinq grandes villes dans le monde [12]. Malgré l'absence de paramètre ajustable, l'accord avec les données est très bon et démontre l'efficacité d'un modèle simplifié tel qu'on peut le construire en physique.

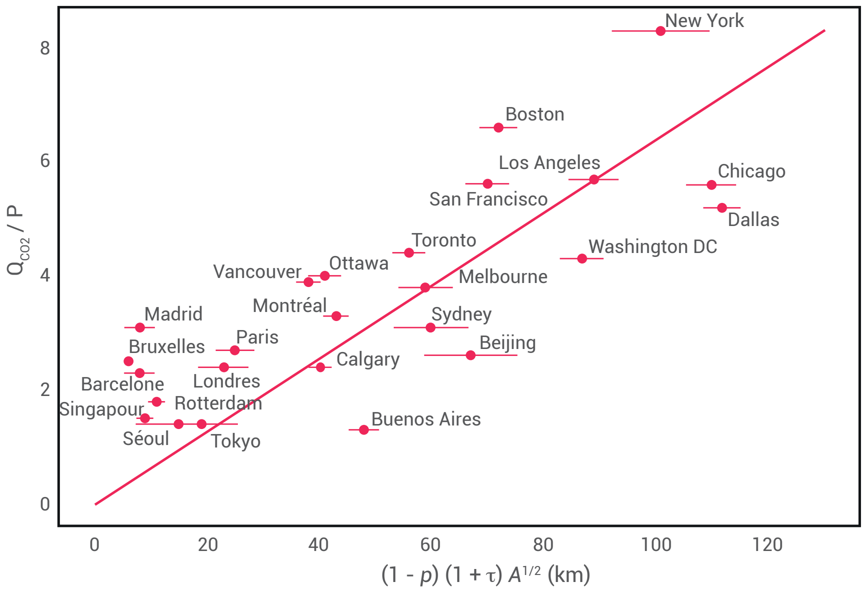
Ce modèle simple permet aussi d'estimer l'émission de CO_2 due au trafic routier dans une ville donnée en fonction de sa population P, de son aire A, des effets de congestion τ (τ mesure le pourcentage de temps moyen supplémentaire dû aux embouteillages) et du paramètre p. Ce modèle prédit que le CO_2 émis par les voitures (et de manière similaire le retard total passé dans les embouteillages) n'est pas une simple fonction de la densité urbaine, contrairement au résultat empirique et largement relayé de Newman et Kenworthy [13] qui suppose que la consommation d'essence dans une ville est une fonction décroissante de la seule densité

>>>

« L'étude mathématique et numérique permet de prédire que [...] la ville monocentrique est stable jusqu'à un seuil de population, au-dessus duquel un autre centre d'activité devient plus intéressant pour les individus. Nous sommes en présence d'une transition, phénomène central en physique statistique. »



4. Prédiction du modèle pour la part de trafic automobile *T/P* dans une ville de population *P*. La quantité *p* est la probabilité d'être à une distance de moins de 1 km d'une station et est une mesure de la densité du transport public. (Figure de Verbavatz et Barthelemy [12].)



5. Comparaison entre les émissions annuelles de CO_2 par habitant liées au transport dans 25 grandes villes, avec la prédiction théorique de l'équation (2). La ligne rouge est l'ajustement linéaire, avec une pente égale à 0,064 tonnes de CO_2 par km, par habitant et par an (le coefficient de corrélation de Pearson est 0,79). Les barres d'erreur sont calculées pour une erreur typique de 10% sur p et τ. (Figure de Verbavatz et Barthélémy [12])

>>>

de population. Ce résultat empirique a eu un impact crucial sur la gestion des villes, car il « prédit » qu'en augmentant la densité on diminue le trafic automobile et les problèmes qui y sont associés. En revanche, le modèle simple discuté ici montre que l'émission de CO_2 (par les transports) est donnée par la formule :

$$Q_{CO2} \propto P\,(A)^{1/2}\,(1-p)\,(1+\tau) \qquad (2).$$

Cette relation est testée (fig. 5) avec les mêmes données pour vingt-cinq grandes villes dans le monde [12]. L'accord est globalement correct, et l'on observe quelques grandes déviations telle que Buenos-Aires qui a un taux de motorisation très faible et donc des émissions de CO_2 plus faibles que prévu, ainsi que New York par exemple qui est l'un des plus gros émetteurs de CO_2 (dû au transport) au monde.

Ce résultat (équation 2) suggère que pour atténuer le trafic (et ses effets tels que les émissions de CO_2) il faut réduire la taille de la zone urbanisée ou, de manière plus réaliste, améliorer la densité des transports en commun ou leur accès. En revanche, si on augmente la densité de population de manière aveugle, on augmente la congestion et donc l'émission de CO_2. Augmenter la densité de population est donc une bonne idée uniquement si cela augmente également la fraction des personnes ayant accès aux transports en commun.

Discussion

La disponibilité récente de grandes quantités de données nous permet de révéler des régularités statistiques dans les villes du monde entier. Ces régularités suggèrent l'existence de mécanismes communs qui régissent la formation et l'évolution de ces systèmes, au-delà de leurs différences historiques, géographiques et culturelles. De plus, ces données permettent de tester les modèles et d'identifier les mécanismes dominants gouvernant l'évolution de ces systèmes. Alors que les économies d'agglomération semblent être le processus fondamental expliquant l'existence des villes et leur résilience spectaculaire, les résultats décrits ici montrent que la congestion est une force motrice qui disperse le modèle monocentrique et force le système urbain dans une organisation polycentrique. L'organisation spatiale de l'activité observée dans les grandes villes peut donc être comprise comme une conséquence de l'interaction entre ces processus concurrents. Même si la polycentricité apparait ici comme une réaction des systèmes urbains permettant d'abaisser le niveau global de la congestion automobile, ces structures ne sont pas suffisantes pour abaisser à terme le temps total passé dans les embouteillages. L'interpolation naïve des mesures actuelles montre clairement que la voiture individuelle – même électrique – n'est pas une solution viable dans les zones urbaines denses, les temps de transport en voiture seraient bien trop longs.

Ces données, combinées à une approche interdisciplinaire intégrant la physique, la géographie et l'économie urbaine, permettront peut-être de poser les bases solides d'une science des villes et de proposer des solutions durables pour la croissance des systèmes urbains modernes. ■

Références

1• M. Batty, *The new science of cities,* The MIT Press. Cambridge, MA, USA (2013).

2• M. Barthelemy, *The structure and dynamics of cities,* Cambridge University Press (2016).

3• M. Barthelemy, "The statistical physics of Cities", *Nature Reviews Physics,* **1** (2019) 406–415.

4• H.A. Makse *et al.*, "Modelling urban growth patterns", *Nature*, **377** (1995) 608-612.

5• M. Kardar *et al.*, "Dynamic scaling of growing interfaces", *Physical Review Letters,* **56** (1986) 889.

6• T. Louail *et al.*, "From mobile phone data to the spatial structure of cities", *Scientific Reports* **4** (2014) 5276.

7• T. Louail *et al.*, "Uncovering the spatial structure of mobility networks", *Nature Communications,* **6** (2015) 6007.

8• R. Louf et M. Barthelemy, "Modeling the polycentric transition of cities", *Physical Review Letters* **111** (2013) 198702.

9• M. Fujita et H. Ogawa, "Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations", *Regional science and urban economics* **12** (1982) 161-196.

10• R. Louf et M. Barthelemy, "How congestion shapes cities: from mobility patterns to scaling", *Nature Scientific Reports* **4** (2014) 5561.

11• E. Wigner, *Annals of Mathematics* **62** (1955) 548-564.

12• V. Verbavatz et M. Barthelemy, "Critical factors for mitigating car traffic in cities", *PLoS ONE* **14**(7) (2019) e0219559.

13• P.W. Newman et J.R. Kenworthy, *Journal of the American Planning Association* **55** (1989) 2437.