

# Miroirs temporels instantanés : une nouvelle approche du retournement temporel

**Antonin Eddi<sup>(1)</sup>** (antonin.eddi@espci.fr) et **Emmanuel Fort<sup>(2)</sup>**

(1) Physique et mécanique des milieux hétérogènes (CNRS, ESPCI Paris, Sorbonne Université, Université PSL, Université de Paris), Sorbonne Université, 7 quai Saint-Bernard, 75005 Paris

(2) Institut Langevin (ESPCI Paris, CNRS, Université PSL), 1 rue Jussieu, 75238 Paris Cedex 05

Peut-on faire revivre à une onde sa vie passée ? Ce problème a été largement étudié, en particulier au moyen de miroirs à retournement temporel digitaux utilisant des ordinateurs pour effectuer l'opération.

Récemment, en nous appuyant sur les symétries entre temps et espace, nous avons introduit le concept de miroir temporel instantané basé sur une brusque modification des propriétés du milieu. Nous avons testé expérimentalement ce nouveau type de retournement temporel à l'aide d'ondes de surface dans des liquides et montré l'efficacité d'un tel procédé.

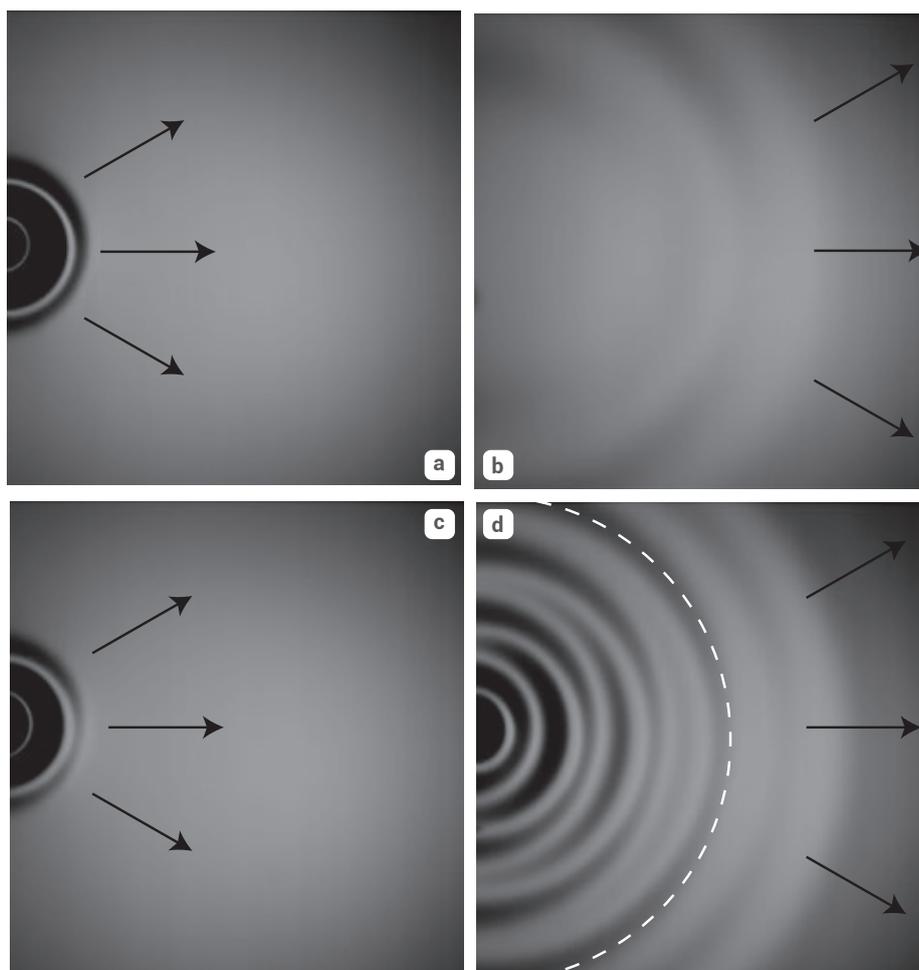
Cette approche nous a également permis de revisiter les miroirs à conjugaison de phase.

Le concept d'onde est omniprésent en physique et regroupe un ensemble de phénomènes allant de la physique microscopique – propagation des ondes électromagnétiques dans des solides –, l'acoustique, l'optique ou les télécommunications jusqu'aux échelles astronomiques pour les ondes gravitationnelles. L'unité de ces phénomènes provient du fait qu'ils sont tous régis par des équations similaires, où une quantité (le « champ », noté  $\psi$ ) varie conjointement dans le temps et l'espace. Cet aspect apparaît clairement lorsque l'on considère la plus simple des équations d'ondes : l'équation de d'Alembert<sup>(a)</sup> pour laquelle temps et espace jouent des rôles symétriques conduisant à la propagation d'une onde de célérité  $c$ .

Si les ondes sont bien un concept universel, il est en revanche souvent difficile de les observer directement et d'accéder aux valeurs de ces champs à cause des échelles de temps et d'espace mises en jeu. De manière similaire, le contrôle précis des propriétés du milieu, à des échelles spatiales et temporelles petites devant celles des ondes, est souvent délicat à obtenir et nécessite des technologies complexes.

Il existe néanmoins un exemple qui vient naturellement à l'esprit lorsque l'on imagine des ondes : ce sont les vagues qui existent à la surface des liquides. En effet, elles sont macroscopiques et lentes (leur vitesse est de l'ordre de 20 cm/s), ce qui permet à tout un chacun de les observer au quotidien, en mer ou dans une tasse de thé. Leur physique est bien comprise : leur propagation, régie par les équations de la mécanique des fluides, est contrôlée aux grandes échelles spatiales par la gravité, tandis que la capillarité domine aux petites longueurs d'onde. Bien qu'elles présentent de nombreuses spécificités liées à leur nature (caractère dispersif, non-linéarités hydrodynamiques...), elles s'inscrivent parfaitement dans le cadre général décrit précédemment. De ce point de vue, les ondes gravito-capillaires sont un candidat idéal, injustement délaissé, pour l'étude de phénomènes fondamentaux liés à la propagation des ondes. Elles sont simples à mettre en œuvre et peuvent être observées et mesurées finement et en temps réel. Enfin, elles peuvent être contrôlées efficacement et dynamiquement à une échelle sub-longueur d'onde.

(a) Pour une corde inextensible, de masse linéique  $\mu$ , tendue horizontalement avec une force constante  $F$  dans la direction  $x$ , l'équation d'onde de d'Alembert à une dimension s'écrit  $\partial^2 y / \partial x^2 = (1/c^2) d^2 y / dt^2$ , où  $c = (F/\mu)^{1/2}$  est la vitesse de propagation de l'onde,  $t$  le temps et  $y$  le déplacement transversal de la corde.



**1. Ondes créées par une bille d'acier impactant sur un bain d'huile silicone.**

(a)-(b) Dans le cas où le bain est au repos, on observe uniquement une onde capillaire qui se propage radialement (flèches noires). Le fluide étant visqueux, cette onde s'atténue fortement.

(c)-(d) Dans le cas où le bain est en vibration verticale sinusoïdale avec une accélération proche du seuil de l'instabilité de Faraday, une structure stationnaire avec la longueur d'onde de Faraday émerge après le passage de l'onde capillaire (intérieur du cercle en pointillés).

(Figure adaptée de A. Eddi et al. [3]).

Depuis quelques années, nous nous intéressons aux possibilités de contrôle de la propagation des ondes par des modifications temporelles du milieu. Les ondes gravito-capillaires offrent un terrain de jeu unique pour les implémentations expérimentales. Comme nous allons le voir, le temps et l'espace jouant des rôles symétriques dans l'équation de propagation, les modifications temporelles offrent de nombreuses possibilités.

## Ondes propagatives et ondes stationnaires

Cette thématique a débuté alors que nous étudions avec Yves Couder la dynamique de « marcheurs » [1, 2]. Ces objets associent, à la surface d'un bain liquide en vibration verticale, une goutte rebondissante et le champ d'onde qu'elle génère à chacun de ses rebonds. Pour comprendre la nature exacte de ce champ d'ondes gravito-capillaires, nous avons entrepris une série d'expériences très simples, basées sur l'analyse de la perturbation générée par un choc unique à la surface d'un liquide soumis ou non à une vibration verticale [3]. Des billes d'acier millimétriques sont lâchées au-dessus d'un bain d'huile de silicone et produisent des ondes à la surface du bain avant de couler quasi immédiatement. Si le bain n'est soumis à aucune vibration, le paquet d'ondes généré est identique à celui créé par un caillou jeté

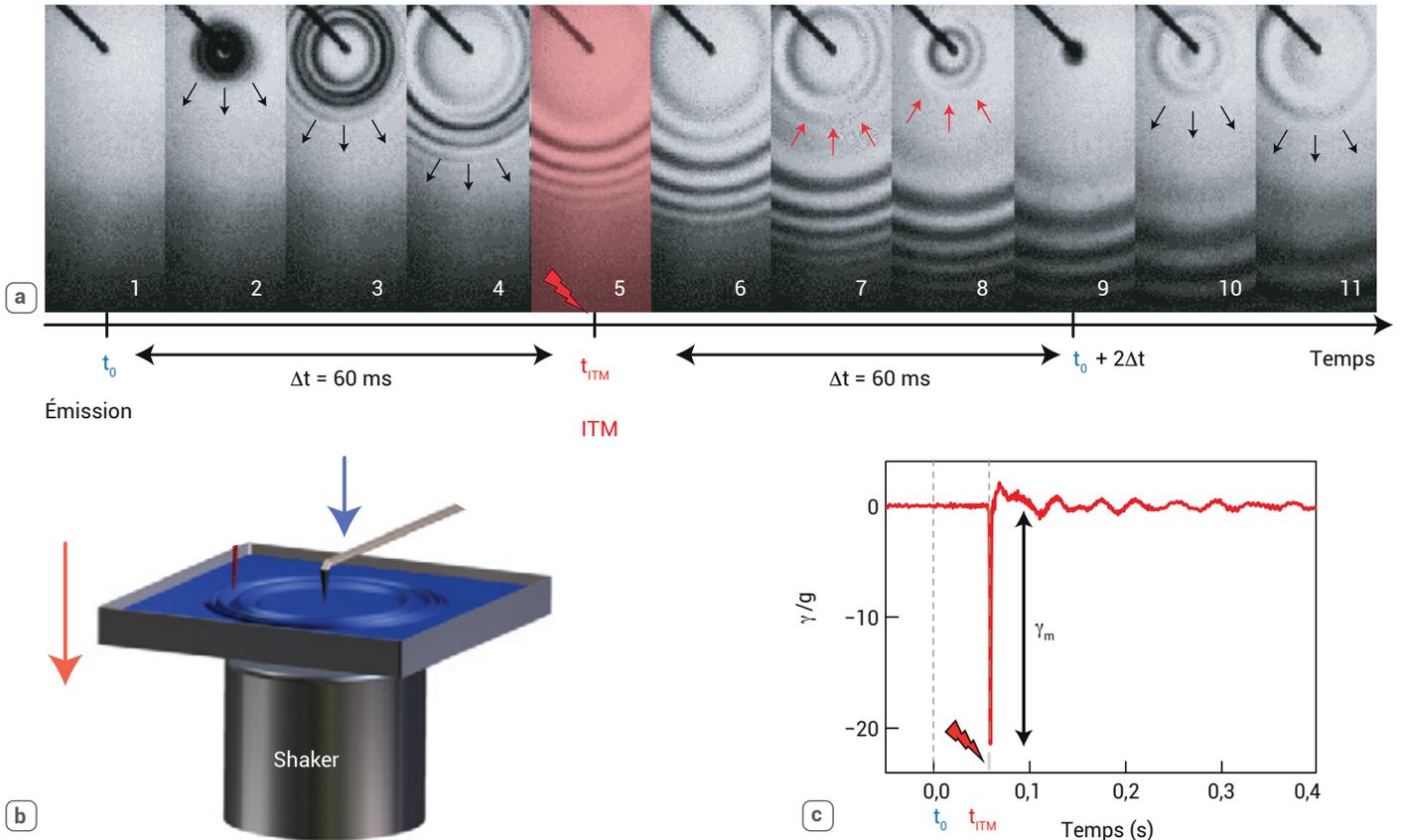
dans l'eau (fig. 1a-b). Lors de l'impact, la bille excite des ondes capillaires qui se propagent radialement, tout en s'atténuant fortement à cause de la viscosité du liquide. Lorsque le bain est soumis à une vibration verticale sinusoïdale, on observe la même onde capillaire en train de se propager à la surface du bain (fig. 1c), mais le paquet d'ondes en se propageant laisse place derrière lui à une structure d'ondes stationnaires dont la fréquence et la longueur d'onde sont sélectionnées par la vibration (fig. 1d).

Cette structure est en fait liée à une instabilité dite « instabilité de Faraday », observée lorsque l'on excite verticalement un bain liquide au-dessus d'un certain seuil. Il s'agit d'une instabilité paramétrique qui est liée à la modulation de la gravité effective du bain (voir encadré, p. 31).

Dans le cas des marcheurs, comme dans celui de la bille métallique, le bain est excité juste en dessous du seuil d'instabilité. Ainsi, ces ondes stationnaires s'amortissent lentement, avec un temps caractéristique d'autant plus long que l'on est proche du seuil de l'instabilité de Faraday.

L'apparition d'une structure stationnaire après le passage d'une onde propagative est extrêmement surprenante en soi. En effet, une onde stationnaire peut être vue comme la superposition de deux ondes *contra-propagatives*. Ceci signifie que la seule différence entre les deux expériences, à savoir la vibration du liquide, est susceptible de générer une onde additionnelle se propageant « à contre-sens », convergeant vers la source comme si elle remontait le temps. Par quel mécanisme la vibration du liquide réalise-t-elle cette opération ?

>>>



**2. Expérience de miroir temporel instantané.** (a) Série d'images en vue de dessus montrant la génération d'une onde capillaire qui se propage radialement (1-4, flèches noires), l'instant de l'ITM (*Instantaneous Time Mirror*) (5), puis l'émergence d'une onde retournée temporellement (6-8, flèches rouges), qui se refocalise sur la source (9) avant de diverger à nouveau (10-11, flèches noires). (b) Schéma de principe de l'expérience d'ITM. Un bain liquide est fixé sur un pot vibrant ("Shaker") pour appliquer un choc d'accélération verticale (flèche rouge). La pointe sert à exciter une onde circulaire (flèche bleue). (c) Accélération verticale  $\gamma_m$  imposée pendant l'ITM. (Figure adaptée de V. Bacot et al. [4].)

>>>

## Miroirs temporels instantanés

Si les accélérations périodiques permettent de créer une onde retournée temporellement à une fréquence bien précise, il est peut-être possible de retourner l'ensemble d'un paquet d'onde par un choc quasi instantané [4]. Pour ce faire, nous avons d'abord généré à l'aide d'une aiguille une onde capillaire à la surface d'un bain liquide au repos (fig. 2a). Ce paquet d'ondes divergeant se propage tout en s'étalant à cause des propriétés dispersives des ondes capillaires (fig 2a, 1-4) : dans ce régime, les longueurs d'ondes les plus courtes sont les plus rapides. Après un certain temps, nous appliquons au bain un choc vertical à l'aide d'un pot vibrant (fig. 2b-c). Pendant quelques millisecondes, le bain liquide subit une accélération  $\gamma_m$  de plusieurs dizaines de fois la gravité  $g$  (fig 2a, 5). Juste après le choc, on constate que le paquet d'onde initial est amplifié. Son profil est très proche de celui du paquet d'onde initial

au moment du choc mais, lorsqu'on observe son évolution, on s'aperçoit qu'il est en fait constitué de deux paquets d'ondes qui se propagent en sens opposé : l'un va diverger par rapport à la source et se confondre quasiment au paquet d'onde initial, l'autre va reconverger vers la source (fig 2a, 6-8). Ce dernier paquet est en fait le retourné temporel de l'onde initiale, il revit la vie passée de celle-ci et va se refocaliser sur la source (fig 2a, 9) avant de diverger à nouveau (fig 2a, 10-11). Nous avons appelé cette opération un « miroir temporel instantané » (*"Instantaneous Time Mirror"* – ITM – en anglais), puisqu'une onde retournée temporellement apparaît à un instant donné en tout point de l'espace.

Nous avons également mesuré quantitativement les caractéristiques du champ d'onde tout au long de cette expérience (fig 3a, p. 32). Après le choc d'accélération, il est possible de séparer les ondes propagatives (ondes dites retardées) et contra-

propagatives (ondes dites avancées) à l'aide d'une analyse de Fourier. On observe que la forme du paquet d'ondes retourné est très similaire à celle du paquet initial, au point que les profils coïncident presque exactement à des temps symétriques par rapport au moment de l'ITM. Contrairement à ce qui est observé habituellement avec un miroir spatial, le paquet d'ondes n'est pas retourné spatialement. Le retournement temporel permet au paquet de compenser sa dispersion. Les longueurs d'ondes courtes, qui sont plus rapides, ont voyagé plus loin de la source. Après l'ITM, elles vont rattraper les grandes longueurs d'ondes lors de la phase retour, et le paquet d'ondes va se refocaliser au niveau du point source.

## Sources secondaires

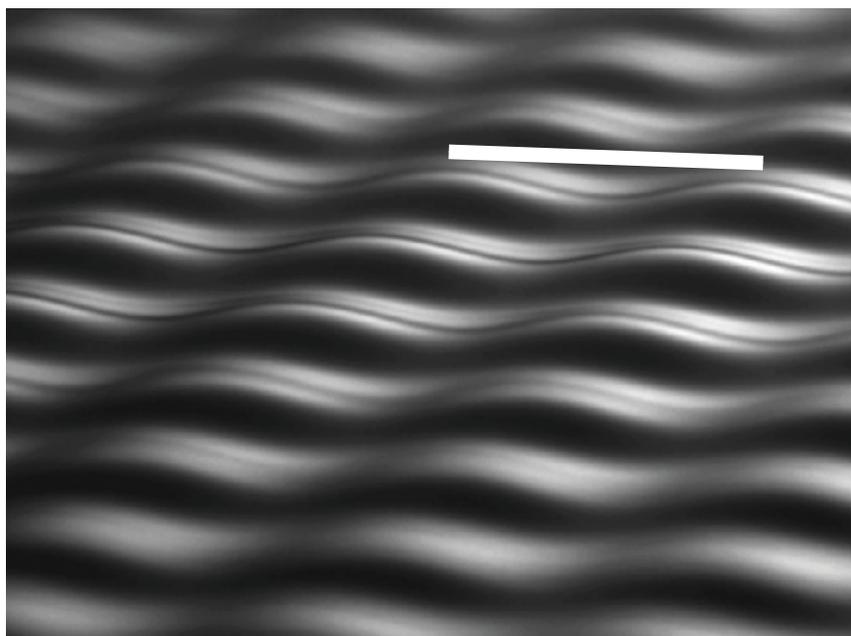
Il est intéressant de comprendre comment le changement soudain de la gravité effective est susceptible de produire ce phénomène spectaculaire. Comme la

vitesse de propagation des ondes dans le milieu dépend de la gravité, le choc induit en fait une variation brutale de cette vitesse. Si l'on considère l'équation de propagation générique avec un choc instantané, on s'aperçoit qu'une variation instantanée de la vitesse de propagation est équivalente à un terme source au moment du choc, proportionnel à la dérivée seconde du champ au moment du choc.

Ce sont ces sources qui sont à l'origine du champ additionnel créé. Puisque chaque source est isotrope (monopolaire), les fronts d'ondes qu'elles induisent se propagent non seulement dans la direction du champ initial mais également, de façon symétrique, dans le sens contra-propagatif. Les deux champs produits sont les retournés temporels l'un de l'autre. La répartition des sources secondaires étant fixée par le champ initial, les profils des champs produits sont très similaires au champ initial présent dans le bain (il s'agit en fait de sa dérivée, ce qui pour des paquets d'ondes relativement étroits spectralement est équivalent à ajouter un simple déphasage de  $\pi/2$  par rapport au champ lui-même). Il est intéressant de noter que cette façon d'analyser le fonctionnement d'un ITM est lié à la théorie des sources secondaires de Huygens-Fresnel. Pour supprimer les fronts d'onde contra-propagatifs lors de la propagation des ondes, il a été nécessaire d'ajouter une composante dipolaire aux sources secondaires initialement conçues comme monopolaires par Huygens. Dans le cas de l'ITM, un ensemble de sources monopolaires lié au profil du champ présent à la surface du bain est créé lors du choc. Ces sources « à la Huygens » vont être à l'origine de fronts d'ondes contra-propagatifs associés à l'onde divergente et à l'onde retournée temporellement.

Ces résultats peuvent naturellement être étendus au cas de champs d'ondes plus complexes. La figure 3b-c présente des séries d'images des champs expérimentaux et numériques obtenus lorsque la source initiale possède une forme de tour Eiffel (1). On constate qu'à l'instant de l'ITM la forme initiale semble avoir complètement disparu, brouillée par la propagation combinée à la dispersion (2). Néanmoins, cette information reste contenue dans le champ d'onde et n'est pas perdue (3-4). L'ITM permet de faire réapparaître la tour Eiffel sur la surface du liquide quelques instants plus tard, au moment de la refocalisation (5).

## L'instabilité de Faraday



E1. Vue de côté du motif d'ondes stationnaires généré par l'instabilité de Faraday. La barre blanche correspond à la longueur d'onde de Faraday, ici 5,1 mm.

Lorsque l'on applique une accélération verticale périodique à un récipient rempli de liquide et que cette accélération dépasse un certain seuil, une instabilité dite de Faraday apparaît. En effet, Michael Faraday nota dès 1831 que dans ces conditions la surface du liquide se déstabilise et que des ondes stationnaires apparaissent spontanément à l'interface liquide-gaz [8, 9] (fig. E1).

La modulation de la gravité effective ressentie par le liquide provoque le forçage paramétrique d'ondes de surface. Ces dernières possèdent une fréquence (dite de Faraday) moitié de la fréquence de forçage, et leur longueur d'onde est fixée par la relation de dispersion des ondes gravito-capillaires. Cette instabilité a été le support de nombreux travaux de physique non linéaire, en particulier pour l'étude de la formation de motifs étendus (avec différentes symétries) et leur sélection par des conditions aux limites spatiales imposées [10].

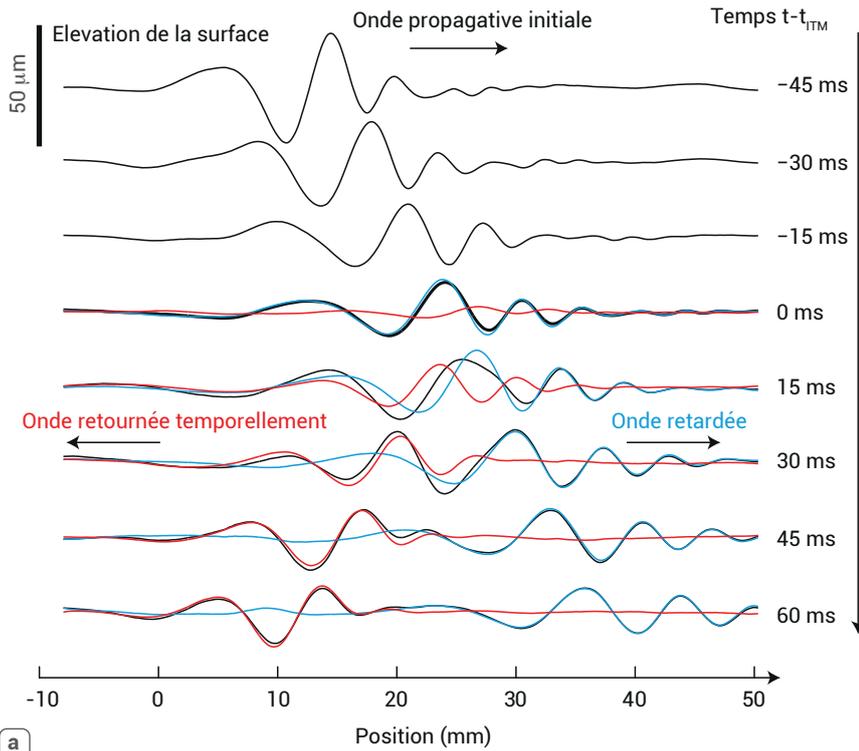
On peut également mentionner qu'elle se retrouve dans des milieux granulaires vibrés, avec notamment l'apparition d'états localisés, c'est-à-dire de zones instables confinées dans un environnement stable [11]. Plus récemment, elle a été au cœur des travaux de l'équipe de Y. Couder et E. Fort, qui se sont intéressés à la dynamique des marcheurs qui présentent une forme de dualité onde-particule à l'échelle macroscopique [1, 2].

## ITM versus retournement temporel standard

Il est intéressant de comparer les ITM aux miroirs à retournement temporels dits « digitaux », tels qu'ils sont réalisés en acoustique par exemple [5, 6]. Ces derniers utilisent des transducteurs et un traitement informatique pour réaliser l'inversion temporelle. Dans ce cas, le champ est enregistré dans la mémoire de l'ordinateur, contrairement à l'ITM pour lequel le milieu

lui-même sert de support d'enregistrement du champ. La taille de la mémoire « externe » représente alors une limitation. Le traitement digital permet néanmoins d'effectuer des opérations plus complexes sur le signal réémis, ce qui se révèle particulièrement utile pour différentes applications. Il est ainsi par exemple possible d'amplifier le signal retourné temporellement de façon numérique, si les transducteurs ont une dynamique suffisante, alors que pour

>>>



(a)

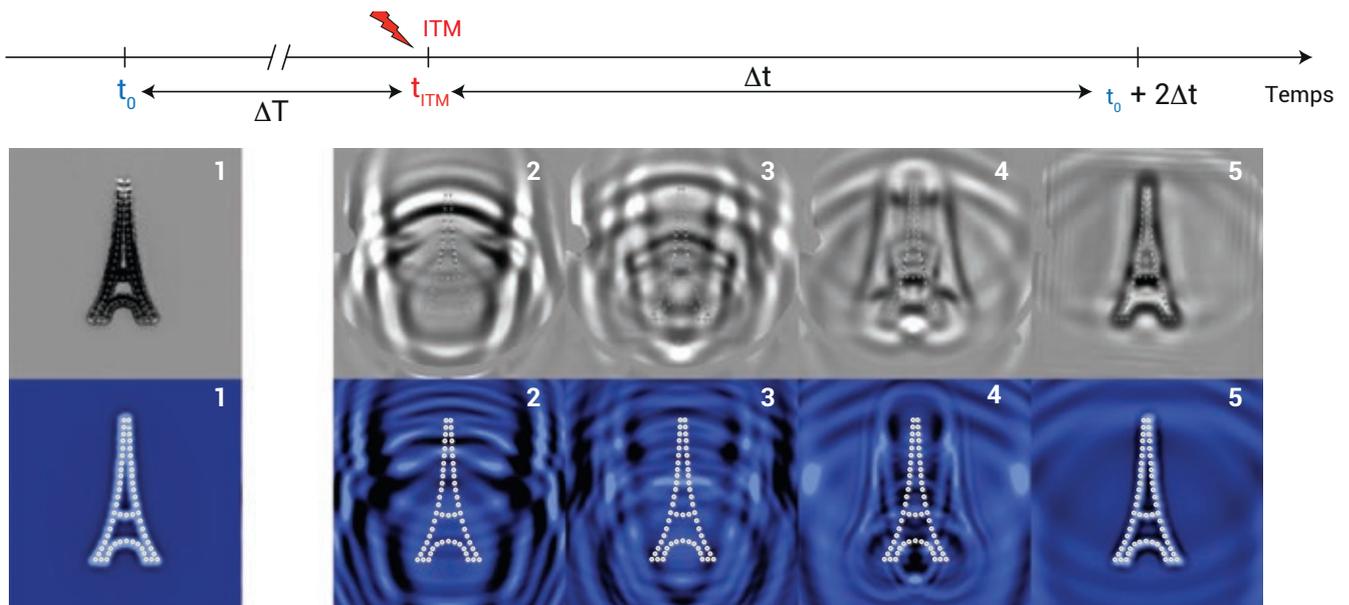
### 3. Évolution d'un paquet d'ondes soumis à un miroir temporel instantané.

(a) Mesure de l'évolution d'un paquet d'ondes produit par une source ponctuelle et soumis à un ITM. Le paquet d'ondes initial (en noir) se propage d'abord de gauche à droite. Après l'ITM, une composante contra-propagative (en rouge) émerge sans que le profil spatial soit modifié. L'onde retardée est en bleu et l'onde totale après l'ITM est en noir. Les profils coïncident à des temps symétriques par rapport à l'ITM. (b) Expérience et (c) simulation numérique d'un ITM réalisé sur un champ d'onde en forme de tour Eiffel. La forme initiale (1) qui a disparu à l'instant de l'ITM (2) se reforme progressivement sur la surface (3-5). (Figure adaptée de V. Bacot et al. [4]).

(a)

(b)

(c)



>>>

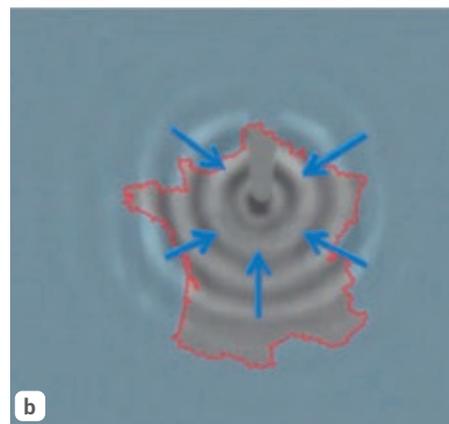
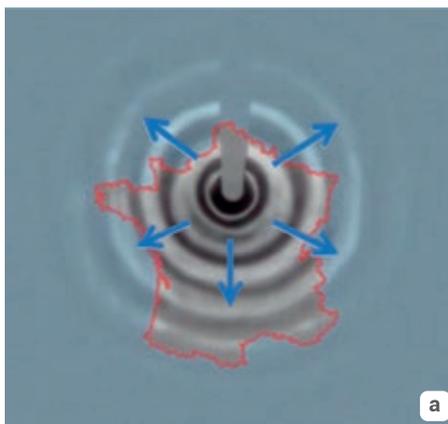
l'ITM, l'amplitude du signal retourné est directement liée à l'amplitude du changement de la vitesse de propagation des ondes qu'il est possible de réaliser dans le milieu. Les performances d'un miroir à retournement temporel standard sont fixées par la réponse spectrale des transducteurs, alors que la limite principale des ITMs provient du temps caractéristique sur lequel le changement de vitesse de propagation peut être effectué. Ceci implique également qu'un ITM peut être mis en œuvre à n'importe quel instant, tandis que le retournement temporel standard est forcément retardé. En effet, contrairement aux miroirs à retournement temporels digitaux qui nécessitent l'enregistrement préalable de l'ensemble des ondes à retourner avant d'effectuer le retournement temporel, l'ITM est instantané. Dans le cas de l'ITM, c'est le milieu lui-même qui joue le rôle de mémoire (spatiale) puisque l'onde retournée temporellement est liée au champ d'onde présent à la surface du bain lors du choc. Une forte variation de la vitesse des ondes dans l'ensemble du milieu peut être délicate à réaliser, en particulier pour la lumière. Néanmoins, pour des systèmes à une ou deux dimensions, l'optique non linéaire pourrait permettre des changements instantanés de l'indice de réfraction en utilisant les dimensions perpendiculaires à l'axe (ou au plan) de propagation.

## Et pour aller plus loin : des miroirs à conjugaison de phase

Si un choc d'accélération permet de réaliser un ITM, c'est-à-dire la génération d'ondes contra-propagatives dans une large bande spectrale, à quoi correspondent alors les ondes monochromatiques observées dans l'expérience initiale de la goutte rebondissante (fig. 1) ? La vibration périodique permet en fait de ne retourner qu'une fréquence unique qui correspond à la moitié de la fréquence d'excitation. Il s'agit d'un ITM monochromatique. En optique, ce type de miroir est communément appelé « miroir à conjugaison de phase » et il est réalisé à l'aide de cristaux non linéaires.

Ces miroirs à conjugaison de phase possèdent des propriétés étonnantes. Par exemple, l'image d'une source placée au voisinage d'un tel miroir vient se refocaliser sur la source, et ceci indépendamment de la géométrie du miroir. Cela est dû au fait que le miroir enregistre la phase spatiale de l'onde incidente et que cette information est retranscrite dans l'onde réfléchi (dite conjuguée de phase).

Pour des ondes de surface, il est possible d'obtenir un équivalent en confinant l'effet de la modulation dans une région particulière du bain [7]. La figure 4 montre la forme de la France entourée d'un tel miroir à conjugaison de phase : en pratique, on excite verticalement et sinusoïdalement un bain liquide dont la profondeur est variable – faible à l'endroit de la forme, profonde à l'extérieur. Les ondes sont peu affectées par la vibration dans la zone peu profonde, tandis que le seuil de l'instabilité de Faraday est plus faible hors des frontières. Lorsque la source émet quelques cycles monochromatiques à Paris, ces ondes sont « enregistrées » en dehors des frontières, générant des ondes contra-propagatives qui viennent se refocaliser au niveau du point source. Ces résultats montrent que l'instabilité de Faraday peut être revisitée comme un miroir à conjugaison de phase. L'oscillation verticale du bain induisant une modulation périodique de la vitesse des ondes, toute onde à la fréquence moitié de celle d'excitation génère une onde contra-propagative (retournée temporelle) ainsi qu'une onde co-propagative de même amplitude. Si cette amplification est suffisante pour compenser l'atténuation par la viscosité du bain, ce dernier se



### 4. Expérience de miroir à conjugaison de phase en forme de carte de France.

Une zone peu profonde (en forme de France) dans laquelle les ondes sont peu affectées par la vibration est entourée par un bain profond plus susceptible de déclencher l'instabilité de Faraday. La frontière se comporte alors comme un miroir à conjugaison de phase. Un point source localisé à Paris (a) émet une onde circulaire. Grâce à la vibration verticale, cette dernière est une conjugaison de phase sur la frontière du miroir et se refocalise sur la source à Paris (b). Adapté de [7].

déstabilise (seuil de Faraday) et sa surface se couvre d'ondes stationnaires.

Les ondes qui entourent les gouttes rebondissantes peuvent ainsi être interprétées comme le résultat d'une source placée dans un miroir à conjugaison de phase, générant en permanence des ondes retournées temporellement qui viennent se refocaliser sur la source.

## Conclusion et perspectives

L'utilisation de « frontières temporelles » basées sur des variations d'indices du milieu au cours du temps permettent d'introduire de nouvelles méthodes de contrôle et de manipulation de la propagation des ondes. Les chocs temporels créent des miroirs instantanés qui agissent simultanément en tout point de l'espace tout en s'affranchissant de l'utilisation d'émetteurs/récepteurs externes. Cette approche peut être généralisée afin de créer au sein du milieu des frontières spatio-temporelles, qui permettront d'obtenir un contrôle dynamique de la propagation des ondes. De ce point de vue, les ondes gravito-capillaires présentent des avantages uniques pour tester ces concepts fondamentaux. Elles permettent en effet une visualisation et une mesure quantitative en temps réel des ondes, mais aussi l'implémentation de contrôles efficaces. Nous avons ainsi récemment développé une excitation paramétrique des ondes à l'aide de champs électriques, qui apparaît prometteuse pour réaliser des excitations complexes avec un contrôle spatio-temporel sub-longueur d'onde et une grande dynamique. ■

### Références

- 1• Y. Couder *et al.*, "Walking and orbiting droplets", *Nature* **437** (2005) 208.
- 2• Y. Couder *et al.*, « Les gouttes marcheuses – Une forme de dualité onde-particule à échelle macroscopique ? », *Reflets de la physique*, **5** (2007) 20-24.
- 3• A. Eddi *et al.*, "Information stored in Faraday waves: the origin of a path-memory", *J. Fluid Mech.* **674** (2011) 433-463.
- 4• V. Bacot *et al.*, "Time reversal and holography with spacetime transformations", *Nature Physics* **12** (2016) 972.
- 5• M. Fink, "Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles", *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics and frequency control*, **39** (5) (1992) 555-566.
- 6• M. Fink, "Time reversed acoustics", *Scientific American*, **281** (1999) 91-97.
- 7• V. Bacot *et al.*, *PNAS* **116** (18), (2019) 8809-8814.
- 8• M. Faraday, *Philos. Trans. Roy. Soc.* **121** (1831) 299-318.
- 9• M. Faraday, *Philos. Trans. Roy. Soc.* **121** (1831) 319-340.
- 10• S. Douady, *J. Fluid Mech.* **221** (1990) 383-409.
- 11• P.B. Umbanhoar *et al.*, *Nature*, **382** (1996) 793-796.

### Remerciements

Ces travaux sont le fruit d'un travail collectif, et nous tenons en particulier à remercier nos collègues sans qui rien n'aurait été possible : Vincent Bacot, Guillaume Durey, Mathias Fink, Matthieu Labousse, et Yves Couder à qui nous voulons dédier cet article.