

PC*1 : programme de la colle 6

(semaine du 13 novembre 2023)

Intégrales généralisées

- Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque
- Intégrale impropre : définition et propriétés (linéarité, positivité, Chasles, changement de variable, IPP)
- Intégrales de référence
- Fonctions intégrables
- Théorème de comparaison

Intégrales à paramètre

- Théorème de convergence dominée
- Théorème de continuité
- Théorème de convergence dominée à paramètre continu
- Théorème de dérivabilité

Questions de cours (démonstrations à connaître)

1. Théorème de comparaison sur les fonctions à valeurs positives
2. Pour f à valeurs complexes, l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ converge si, et seulement si, les deux intégrales $\int_a^b \operatorname{Re}(f(t))dt$ et $\int_a^b \operatorname{Im}(f(t))dt$ converge, et alors on a :
$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^b \operatorname{Re}(f(t))dt + i \int_a^b \operatorname{Im}(f(t))dt.$$
3. Théorème de comparaison sur les fonctions intégrables
4. Théorème d'intégration par parties.
5. Théorème de changement de variable.
6. L'intégrale de Dirichlet est semi-convergente.
7. Théorème de continuité des intégrales à paramètre
8. Théorème de convergence dominée à paramètre continu
9. Théorème de dérivabilité des intégrales à paramètre, énoncé seulement