

PC*1 : programme de la colle 5

(semaine du 6 novembre 2023)

Étude locale d'une application, continuité

- Limite d'une application, opérations sur les limites
- Continuité
- Théorème des bornes atteintes
- Images réciproques d'ouverts / de fermés
- Cas de la dimension finie :
 - * caractérisation de la continuité à l'aide des applications composantes
 - * image d'une partie fermée bornée par une application continue
 - * cas des applications linéaires, multilinéaires, polynomiales
 - * exemple du déterminant

Intégrales généralisées

Les exercices de TD n'auront pas encore traités.

- Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque
- Intégrale impropre : définition et propriétés (linéarité, positivité, Chasles, changement de variable, IPP)
- Intégrales de référence
- Fonctions intégrables
- Théorème de comparaison

Questions de cours (démonstrations à connaître)

1. Théorème de comparaison sur les fonctions à valeurs positives
2. Pour f à valeurs complexes, l'intégrale $\int_a^b f(t)dt$ converge si, et seulement si, les deux intégrales $\int_a^b \operatorname{Re}(f(t))dt$ et $\int_a^b \operatorname{Im}(f(t))dt$ convergent, et alors on a :
$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^b \operatorname{Re}(f(t))dt + i \int_a^b \operatorname{Im}(f(t))dt.$$
3. Théorème de comparaison sur les fonctions intégrables
4. Théorème d'intégration par parties.
5. Théorème de changement de variable.
6. L'intégrale de Dirichlet est semi-convergente.