PC : programme de la colle 5
(semaine du 4 novembre 2024)

Étude locale d'une application, continuité

- Limite d'une application, opérations sur les limites
- Continuité
- Théorème des bornes atteintes
- Images réciproques d'ouverts / de fermés
- Cas de la dimension finie :
  - caractérisation de la continuité à l'aide des applications composantes
  - image d'une partie fermée bornée par une application continue
  - cas des applications linéaires, multilinéaires, polynomiales

Intégration sur un segment

Révisions de première année.

Intégrales généralisées

Les exercices de TD n'auront pas encore traités.

- Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque
- Intégrale impropre : définition et propriétés (linéarité, positivité, Chasles, changement de variable, IPP)
- Intégrales de référence. Fonctions intégrables. Théorème de comparaison

Questions de cours

1. Caractérisation, à l'aide des applications coordonnées, de la convergence en un point d'une application à valeurs dans un espace de dimension finie.
2. Caractérisation séquentielle de la limite d'une application.
3. Obtention de fermés, d'ouverts, par image réciproque.
4. Continuité des applications linéaires lorsque l'espace de départ est de dimension finie.
5. Théorème de comparaison sur les fonctions à valeurs positives
6. Pour f à valeurs complexes, l'intégrale $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge si, et seulement si, les deux intégrales $\displaystyle\int_a^b \mathrm{Re}(f(t))\mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_a^b \mathrm{Im}(f(t))\mathrm{d}t$ converge, et alors on a :
$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t = \int_a^b \mathrm{Re}(f(t))\mathrm{d}t + i\int_a^b \mathrm{Im}(f(t))\mathrm{d}t.$$
7. Théorème de comparaison sur les fonctions intégrables
8. Théorème d'intégration par parties.
9. Théorème de changement de variable, énoncé seulement.