

# PC\*1 : programme de la colle 4

## (semaine du 16 octobre 2023)

### Réduction

Tout le chapitre

### Espaces vectoriels normés

- Norme, distance, boules, sphères, parties bornées
- Suites d'éléments à valeurs dans un espace vectoriel normé
- Topologie d'un espace vectoriel normé : parties ouvertes, parties fermées, adhérence, densité.
- Équivalence des normes en dimension finie.

### Étude locale d'une application, continuité

- Limite d'une application, opérations sur les limites
- Continuité
- Théorème des bornes atteintes
- Images réciproques d'ouverts / de fermés
- Cas de la dimension finie :
  - \* caractérisation de la continuité à l'aide des applications composantes
  - \* image d'une partie fermée bornée par une application continue
  - \* cas des applications linéaires, multilinéaires, polynomiales
  - \* exemple du déterminant

*Le premier td sur les evn aura lieu mercredi...*

### Questions de cours (démonstrations à connaître)

1. Toute boule est convexe.
2. Toute boule ouverte (resp. fermée) est une partie ouverte (resp. fermée) de  $E$ .
3. Une réunion d'ouverts est un ouvert. Une intersection finie d'ouverts est un ouvert.
4. Caractérisation séquentielle des parties fermées.
5. Une intersection de fermés est un fermé. Une union finie de fermés est un fermé.
6. Caractérisation séquentielle des points adhérents.
7. Caractérisation séquentielle de la limite d'une application
8. Obtention de fermés, d'ouverts, par image réciproque.
9. Continuité des applications linéaires lorsque l'espace de départ est de dimension finie.