

# PC\*1 : programme de la colle 14

## (semaine du 29 janvier 2024)

### Espaces euclidiens

- Isométries vectorielles
  - \* Définition, propriétés. Matrices orthogonales.
  - \* Changement de base orthonormale, orientation.
  - \* Cas de la dimension 2.
- Endomorphismes symétriques
  - \* Définition, propriétés.
  - \* Théorème spectral.
  - \* Matrices symétriques positives, définies positives.

### Questions de cours

1. Expression d'un projeté orthogonal dans une BON de l'espace sur lequel on projette.
2. Présentation de l'algorithme de Gram-Schmidt
3.  $u \in \mathcal{L}(E)$  est un endomorphisme orthogonal ssi l'image par  $u$  d'une BON est une BON
4. Si  $\mathcal{B}$  est une BON de  $E$  et  $u \in \mathcal{L}(E)$  alors  $u$  est une isométrie vectorielle ssi sa matrice dans la base  $\mathcal{B}$  est orthogonale.
5. Pour  $A \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ , on a  $\text{sp}_{\mathbb{R}}(A) \subset \mathbb{R}$ .
6. Théorème spectral
7. Équivalence entre les deux caractérisations des matrices symétriques positives (resp. définies positives)