

PC*1 : programme de la colle 13

(semaine du 22 janvier 2024)

Espaces euclidiens

- Isométries vectorielles
 - * Définition, propriétés. Matrices orthogonales.
 - * Changement de base orthonormale, orientation.
 - * Cas de la dimension 2.
- Endomorphismes symétriques
 - * Définition, propriétés.
 - * Théorème spectral.
 - * Matrice symétriques positives, définies positives.

Questions de cours

1. Expression d'un projeté orthogonal dans une BON de l'espace sur lequel on projette.
2. Présentation de l'algorithme de Gram-Schmidt
3. $u \in \mathcal{L}(E)$ est un endomorphisme orthogonal ssi l'image par u d'une BON est une BON
4. Si \mathcal{B} est une BON de E et $u \in \mathcal{L}(E)$ alors u est une isométrie vectorielle ssi sa matrice dans la base \mathcal{B} est orthogonale.
5. Pour $A \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, on a $\text{sp}_{\mathbb{R}}(A) \subset \mathbb{R}$.
6. Théorème spectral
7. Équivalence entre les deux caractérisations des matrices symétriques positives (resp. définies positives)