PC : programme de la colle 13
(semaine du 20 janvier 2025)

Espaces euclidiens

- Rappels de première année.
- Isométries vectorielles
  - Définition, propriétés. Matrices orthogonales.
  - Changement de base orthonormale, orientation.
  - Cas de la dimension 2.
- Endomorphismes symétriques
  - Définition, propriétés.
  - Théorème spectral.
  - Matrice symétriques positives, définies positives.

Questions de cours

1. Expression d'un projeté orthogonal dans une BON de l'espace sur lequel on projette.
2. Présentation de l'algorithme de Gram-Schmidt
3. $u \in \mathcal{L}(E)$ est un endomorphisme orthogonal ssi l'image par u d'une BON est une BON
4. Si $\mathcal{B}$ est une BON de E et $u \in \mathcal{L}(E)$ alors u est une isométrie vectorielle ssi sa matrice dans la base $\mathcal{B}$ est orthogonale.
5. Pour $A \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, on a $\mathrm{Sp}_{\mathbb{C}}(A) \subset \mathbb{R}$.
6. Théorème spectral
7. Équivalence entre les deux caractérisations des matrices symétriques positives (resp. définies positives)